. 9 класс. Задача 1. Ценообразование в "Стране чудес"(35 баллов)

$q_1 = 100 - 10p$
$q_2 = 80 - 10p$
$MC = 4, FC = 0$

1. **(10 баллов за пункт 1)**
Это случай раздельных продаж, или третий тип ценовой дискриминации
Запишем прибыль как функцию от цены
$\Pi = (100 - 10p_1)(p_1 - 4) + (80 - 10p_2)(p_2 - 4) \xrightarrow[p_1,p_2]{} max$
$\Pi = 140p_1 - 10p_1^2 - 400 + 120p_2 - 10p_2^2 - 320 \xrightarrow[p_1,p_2]{} max$ **(2 балла за целевые функции)**
Эти две несвязанные параболы с ветвями вниз, поэтому ищем максимум по каждой цене
(2 балла за обоснование способа оптимизации и проверку условия второго порядка)
Найдем оптимальные цены $p_1 = 7, p_2 = 6$ **(2 балла)**.
Оптимальные объемы продаж равны $q_1 = 30$, $q_2 = 20$ **(2 балла за нахождение оптимального выпуска)**
$\Pi_1^* = 7 \times 30 + 6 \times 20 - 4 \times (30 + 20) = 130$ **(2 балла за нахождение максимальной прибыли)**

2. **(10 баллов за пункт 2)**
$p = 4$ и $T \leq CS$
Максимальная цена, которую готов заплатить потребитель за входной билет, равна величине его потребительского излишка. Необходимо определить, величину какого потребительского излишка (CS_1 или CS_2) следует использовать при назначении цены билета. **(2 балла)**
Если $T = CS_1$, то покупает только первая группа посетителей, чья величина спроса при $p = 4$ равна $q_1^d = 60$.
$\Pi_1 = CS_1 = \frac{(10-4)\times 60}{2} = 180$ **(3 балла)**
Если $T = CS_2$, то покупают обе группы посетителей, так как цена билета ниже.
При $p = 4 q_1 = 60, q_2 = 40$
$\Pi_2 = 2CS_2 = 2\frac{(8-4)\times 40}{2} = 160$ **(3 балла)**
Цена билета и является прибылью фирмы. $180 \geq 160$, поэтому парку развлечений выгодно обслуживать только первую группу посетителей. $\Pi_2^* = 180$ **(2 балла)**.

3. **(10 баллов за пункт 3)**
Здесь возможны два варианта: либо продавать билеты обеим группам населения, либо только первой
Если обслуживать **обе группы**, то $T = CS_2$:
$\Pi = (p - 4)(180 - 20p) + 2CS_2 = (p - 4)(180 - 20p) + (8 - p)(80 - 10p) = -10p^2 + 100p - 80$
Это парабола ветвями вниз с вершиной в $p = 5$
$q_1^* = 50$
$q_2^* = 30$
$CS_2 = \frac{3\times 30}{2} = 45$, то есть цена билета $T = 45$
$\Pi^* = 80 + 45 * 2 = 170$ **(6 балла)**
Если парк обслуживает только одну группу, то парку выгодно забрать весь потребительский излишек первой группы, а он максимален при $p = 4$.
Это можно доказать:
$\Pi = (p - 4)(100 - 10p) + CS_1 = (p - 4)(100 - 10p) + \frac{1}{2}(10 - p)(100 - 10p) = 40p - 5p^2 + 100$
Это парабола ветвями вниз с вершиной в $p = 4$
$\Pi_3^* = CS^1 = T^1 = 180$ **(4 балла)**

4. **(5 баллов за пункт 4))**
$\Pi_1^* < \Pi_2^* = \Pi_3^* < \Pi_4^*$
Очевидно, что дополнительная плата в виде входного билета увеличивает прибыль. Возможность назначать разные цены за билеты, то есть забрать весь излишек у обеих групп увеличивает прибыль еще больше. Поэтому дискриминация на уровне платы за входной билет дает наибольшую прибыль, а оба излишка максимальны, когда цена за поездку равна предельным издержкам.**(5 баллов)**

. 9 класс. Задача 2. Арбитраж на рынке флеш-карт (40 баллов)

$Q_c = 400 - 0{,}5p$
$Q_ш = 350 - p$

1. **(12 баллов за пункт 1).**
Так как возможно назначение разн (25 баллов)ых цен на флеш-карты, предприниматель максимизирует выручку на обоих рынках по отдельности: **(4 балла за идею с объяснением)**

$TR_c = 400p_c - 0{,}5p_c^2 \underset{p_c}{\longrightarrow} max$

$TR_ш = 350p_ш - p_ш^2 \underset{p_ш}{\longrightarrow} max$ Это две параболы с ветвями вниз, поэтому ищем максимум

(Возможно аналогичное альтернативное решение через максимизацмию функций прибыли $TR(Q)$).
(по 3 балла за каждую функцию выручки)

$p_c^* = 400$
$p_ш^* = 175$
(по 1 баллу за нахождение каждой оптимальной цены;
если ни разу не обосновано условие второго порядка - штраф 1 балл)

2. **(13 баллов за пункт 2)**
Найдем суммарный спрос **(3 балла)**:

$$Q^{\Sigma} = \begin{cases} 0, & \text{если } p \geq 800; \\ 400 - 0{,}5p, & \text{если } 400 \leq p < 800; \\ 750 - 1{,}5p, & \text{если } 0 \leq p < 400. \end{cases}$$

Теперь найдем суммарную выручку **(3 балла)**:

$$TR^{\Sigma} = \begin{cases} 0, & \text{если } p \geq 800; \\ 400 - 0{,}5p^2, & \text{если } 400 \leq p < 800; \\ 750p - 1{,}5p^2, & \text{если } 0 \leq p < 400. \end{cases}$$

Это параболы с ветвями вниз.

- если продается только студентам, то $p^* = 400$
- если продается обеим группам, то $p^* = 250$

(по 1 баллу за нахождение каждой оптимальной цены;
если ни разу не обосновано условие второго порядка - штраф 1 балл)
Обе цены входят в область определения, проверим выручку для каждой цены

$TR(p = 400) = 200 \times 400 = 80000$
$TR(p = 250) = 250 \times 375 = 93750$
Будет назначена цена $p = 250$ **(5 баллов за сравнение выручек и выбор оптимальной цены**

3. **(12 баллов за пункт 3)**
В данном случае спрос Алекса на флэшки является производным от спроса студентов.
Алекс покупает флэшки по цене $P_ш$, которую назначает предприниматель Е. **(1 балла)**
Выразим спрос студентов $P_c = 800 - 2Q_c$
Запишем прибыль Алекса: $П = 800Q_c - 2Q_c^2 - P_ш Q_c \underset{Q_c}{\longrightarrow} max$ **(3 балла)**

Это парабола, ветви вниз, найдем вершину $Q_c^* = \frac{800-P}{4}$ - это спрос Алекса на флэшки. (2 балла) Запишем суммарный спрос **(1 балл)**:

$$Q^{\Sigma} = \begin{cases} 0, & \text{если } p \geq 800; \\ 200 - 0{,}25p, & \text{если } 350 \leq p < 800; \\ 550 - 1{,}25p, & \text{если } 0 \leq p < 350. \end{cases}$$

Запишем функцию суммарную выручки **(2 балла)**:

$$TR^{\Sigma} = \begin{cases} 0, & \text{если } p \geq 800; \\ 200p - 0{,}25p^2, & \text{если } 350 \leq p < 800; \\ 550p - 1{,}25p^2, & \text{если } 0 \leq p < 350. \end{cases}$$

Это параболы с ветвями вниз.

- если флэшки продавать только Алексу для студентов, то $p^* = 400$
- если флэшки продаются обеим группам, то $p^* = 220$

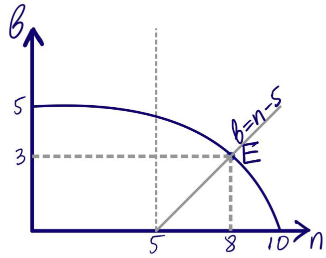
(по 1 баллу за нахождение каждой оптимальной цены;
если ни разу не обосновано условие второго порядка - штраф 1 балл)
Обе цены входят в область определения, проверим выручку для каждой цены
$TR(p = 400) = 100 \times 400 = 40000$
$TR(p = 220) = 275 \times 220 = 60500$
Будет назначена цена $p = 220$
(5 баллов за сравнение выручек и выбор оптимальной цены

4. **(3 балла за пункт 4))** Найдем выручку в пункте а) $TR = 400 \times 200 + 175 \times 175 = \boxed{110625}$ **(1 балл)**
Выручка в пункте 2) равна $TR(p = 250) = \boxed{93750}$
Выручка в пункте 1) больше. Прибыль в пункте 1) также будет выше, чем прибыль во втором пункте. Это достигается при помощи ценовой дискриминации третьего типа, то есть назначения разных цен разным группам покупателей (или на разных рынках). **(2 балла за сравнение выручек и объяснение причины того, что прибыль в пункте 1) будет выше**

. 9 класс. Задача 3. Смурф-торговля (45 баллов)

$N = 100; \quad b = 0{,}5\sqrt{x_b}; \quad n = \sqrt{x_n}$

1. **(10 баллов за пункт 1)**
Всего в деревне 100 смурфов, которые могут в любой пропорции поделить обязанности.
Чтобы собрать b кг ягод, нужно $4b^2$ смурфов.
Чтобы собрать n кг орехов, нужно n^2 смурфов.
Если все смурфы заняты сбором ягод или грибов, то: $x_b + x_n = 100$ **(1 балл)**
$x_b = 4b^2; \quad x_n = n^2$ **(3 балла)**
Тогда уравнение КПВ имеет вид $4b^2 + n^2 = 100$. **(3 балла)**



$b^{max} = 5$кг ягод
$n^{max} = 10$кг орехов
КПВ похожа на четверть элипса.
(3 балла при указании точек пересечений с осями и подписывании осей)

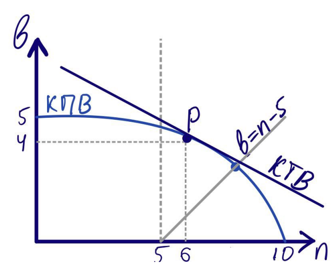
2. **(10 баллов за пункт 2)**
При таких предпочтениях у смурфов есть строгая пропорция потребления. Ягоды и орехи являются совершенными комплементами с пропорцией $b^* = n^* - 5$ в оптимуме.**(3 балла за верную пропорцию)**
Найдем пересечение КПВ и "линии наборов оптимальных для потребления:

$$\begin{cases} 4b^2 + n^2 = 100 \\ b = n - 5 \textbf{(3 балла за создание системы)} \end{cases}$$

$\Rightarrow 4(n - 5)^2 + n^2 = 100 \Rightarrow 5n^2 = 40n$, $n^* = 8$ $b^* = 3$ **(2 балла за оптимальное количество собранных ягод и орехов)**
При этом для сбора ягод потребуется 36 смурфов, а для сбора орехов 64 смурфа **(2 балла за оптимальное распределение смурфов)**

3. (a) **25 баллов за пуннкт 3)**
(18 баллов за 3(a) - 3(c))
Рынки ягод и орехов совершенно конкурентны, поэтому цена орехов p_n постоянна. Поскольку цены постоянны, их соотношение $\frac{p_n}{p_b}$ постоянно и равно пропорции обмена орехов на ягоды (то есть альтернативным издержкам единицы орехов на внешнем рынке).
Так как $p_b = 1$, "внешние"альтернативные издержки единицы орехов в ягодах (то есть отношение предельных издержек производства) $АИ_w(1n) = \frac{MC_n}{MC_b} = \frac{p_n}{p_b} = p_n = p$
(3 балла за обоснованное нахождение внешних альтернативных издержек/пропорции обмена благ на внешнем рынке)
По условию задачи в любой точке альтернативные издержки производства единицы орехов (в ягодах) равны $АИ(1n) = \frac{n}{4b}$, а в точке оптимума $n^* = 6$; $b^* = 4$. Следовательно, альтернативные издержки производства оптимальной единицы орехов равны $АИ(1n^*) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$
(то же самое можно было найти "в лоб выразив $b = \sqrt{25 - n^2/4}$ и получив значение
$АИ(1n) = -b'(n) = \frac{2n}{8\sqrt{25-n^2/4}}$
Откуда $АИ(1n) = \frac{n}{4\sqrt{25-n^2/4}}$
Подставив $n^* = 6$, получим $АИ(1n^*) = \frac{6}{4\sqrt{25-6^2/4}} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$)
(3 балла за нахождение значения альтернативных издержек в точке оптимального выпуска)
Заметим, что альтернативные издержки производства единицы орехов возрастают, а "внешние"альтернативные издержки (соотношение рыночных цен) постоянны, то в точке оптимального выпуска альтернативные издержки внутреннего производства совпадают с внешними альтернативными издержками, то есть АИвнутр(n) = АИвнешн(n).
(3 балла за обоснование касания КПВ и КТВ)
Тогда $\frac{3}{8} = p$, следовательно $p_n = \frac{3}{8}$ **(2 балла за нахождение цены орехов)**

(b) Стоимость собранных ягод и орехов: $6 \times \frac{3}{8} + 4 \times 1 = 6{,}25$ **(1 балл за определение стоимости набора)**

(c) 

(за график КТВ с указанием точек пересечения с осями - 3 балла)

Точка P – это производственный оптимум деревни (точка специализации). Ее координаты известны из условия, выше показано, как может быть интерпретирована информация о данной точке (альтернативный вариант - построение линий уровня для соотношений рыночных цен и нахождение наиболее высокой линии, которая и будет являться кривой торговых возможностей). В точке P равны альтернативные издержки производства единицы орехов ($АИ_n$) и соотношение рыночных цен орехов и ягод, которое равно p.
КТВ – это линяя, проходящая через точку специализации с углом наклона $p = \frac{3}{8}$

Зная стоимость собранных ягод и орехов в точке P и цены за единицу ягод и орехов, можно записать уравнение КТВ (альтернативно можно было получить координаты одной из точек пересечения с осями, исходя из возможности продать все собранные в точке P ягоды или орехи)
$b + \frac{3}{8}n = 6{,}25$
(3 балла за обоснованную запись уравнения КТВ)

(d) **(3 балла за пункт (d))**
Предпочтения Смурфов не изменились $b^* = n^* - 5$
Теперь все доступные наборы ограничены КТВ деревни. $\frac{3}{8}n + 1 \times b = 6{,}25$
Найдем оптимальный набор потребления Смурфов при торговле:

$$\begin{cases} b^* = n^* - 5 \\ \frac{3}{8}n + b = 6{,}25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n^* = \frac{90}{11}; \\ b^* = \frac{35}{11} \end{cases}$$

(3 балла за нахождение оптимума)

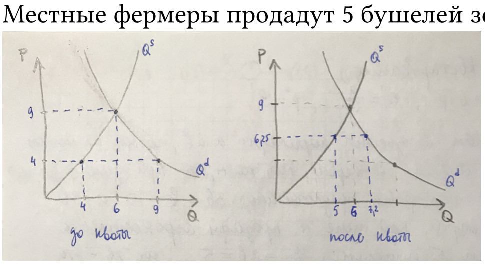
(e) **(4 балла за пункт (e))**

Смурфы импортируют орехи **(1 балл)** и экспортируют ягоды **(1 балл)**, т.к. они производят 6кг орехов и 4кг ягод, но потребляют больше орехов ($\frac{90}{11}$) и меньше ягод ($\frac{35}{11}$).
Импорт орехов равен: $\frac{90}{11} - 6 = \frac{24}{11}$ (кг) **(1 балл)**
Экспорт ягод равен: $4 - \frac{35}{11} = \frac{9}{11}$ (кг) **(1 балл)**

. 9 класс. Задача 4. Квотирование (30 баллов)

$Q^s = b\sqrt{p}, Q^d = \frac{a}{\sqrt{p}}, p^* = 9$

1. **(11 баллов за пункт 1)**
   Нам не известны параметры a и b, но мы их можем восстановить. Во-первых, мы знаем, что при цене 9 талеров величина спроса был равен величине предложения: $3b = \frac{a}{3}$, $a = 9b$.
   Во-вторых, при цене 4 продажи агрокомплекса равны 5 бушелям: $\frac{a}{2} - 2b = 5$, где $2b$ - это продажи местных фермеров.
   $\begin{cases} a = 9b \\ \frac{a}{2} - 2b = 5 \end{cases} \longrightarrow 2{,}5b = 5 \longrightarrow b = 2,\ a = 18$ **(5 баллов)**
   Поэтому при конкурентной цене $P = 4$ жители всего купили 9 **(3 балла)** бушелей зерна, а местные фермеры продали 4 бушеля. **(3 балла)**

2. **(12 баллов за пункт 1)**
   Если квота равна 2,2 бушеля, то совокупное предложение равно $2\sqrt{2} + 2^2$, если $p \geq 4$ **(3 балла)**
   Сделаем замену $t = \sqrt{p}$:
   $\frac{18}{t} - 2t - 2{,}2 = 0| * 5t$
   $90 - 10t^2 - 11t = 0$
   $t_{1,2} = \frac{-11 \pm 61}{20}$ **(3 балла)**
   $t_1 = -3{,}6 \varnothing$
   $t_2 = 2{,}5$
   $\sqrt{p} = 2{,}5$
   $p = 6{,}25$ **(5 баллов)**
   Местные фермеры продадут 5 бушелей зерна **(1 балл)**
   

3. **(7 баллов за пункт 3)**
   Аргументы за: создание рабочих мест (решение социальных проблем безработицы), снижение зависимости от крупного поставщика, повышение доходов местных жителей с дальнейшим мультипликативным повышением расходов. **(по 1 баллу за аргумент)**
   Аргументы против: подорожание продукции для местных жителей, снижение благосостояния потребителей, искажение стимулов для местных производителей. **(по 1 баллу за аргумент)**
   Альтернативные меры: налоги на агрокомплекс, субсидии местным фермерам. **(1 балл)**